Las ecuaciones de Evans de la teoría del campo unificado

Laurence G. Felker

Capítulo 6

Responsable de la traducción al castellano:

Ing. Alex Hill
ET3M
México

Favor de enviar críticas, sugerencias y comentarios a alexhill@et3m.net

o visitando la página www.et3m.net y dejando allí su comentario.

Gracias.

Capítulo 6   La ecuación de campo de Evans

> Según mi terminología, los espacios con una conexión euclidiana permiten la existencia de curvatura y torsión. En aquellos espacios en donde el paralelismo se define según la forma de Levi-Civita, la torsión es igual a cero. Así, existen espacios sin curvatura y con torsión..... He estudiado sistemáticamente los tensores que surgen ya sea a partir de la curvatura o la torsión; uno de aquellos que surgen a partir de la torsión posee precisamente todas las características matemáticas del potencial electromagnético.
>
> Elie Cartan, 1929[1]

Introducción

En la cita incluida arriba, extraída de una carta dirigida a Einstein, Cartan afirma que existen espacios con curvatura y torsión; sin embargo, si se utiliza la geometría de Riemann la torsión es igual a cero. Además, los espacios sin torsión no poseen curvatura. Sin embargo Cartan halló un tensor que posee torsión. Los tensores se colocan sobre el espaciotiempo; no forman parte integral del mismo. Éste método no ha sido exitoso para la unificación del electromagnetismo (torsión) y la gravitación (curvatura). Aún cuando el electromagnetismo y la fuerza nuclear débil están unidos dentro de la teoría electro débil, la gravitación y la fuerza nuclear fuerte aún no están descritas.

[1] P7, Letters on Absolute Parallelism, 1929-1932, Elie Cartan y Albert Einstein, ed. por Robert Debever, Princeton, 1979.

Existen cuatro campos de fuerzas reconocidos y en existencia:

La gravitación. Esto es la curvatura del espaciotiempo. Einstein presentó esto en 1916.

El electromagnetismo. En el modelo aceptado de la física, esto es un campo impuesto sobre el espaciotiempo curvo y descrito mediante tensores antisimétricos. Evans concluye que el electromagnetismo es la torsión o el giro del espaciotiempo mismo. Einstein y Cartan no pudieron desarrollar las ecuaciones, aún cuando se hallaban muy cerca del mismo concepto.

Fuerza nuclear fuerte. Esta es la fuerza que mantiene unido al protón. Según las ecuaciones de Evans esta fuerza posee una naturaleza gravitacional.

Campo débil. Este mantiene unido al neutrón y está asociado con el boson W. Posee una naturaleza electromagnética. Cuando existe fuera de un núcleo atómico, un neutrón se transforma, luego de alrededor de diez minutos, en un electrón, un antineutrino y un protón.

Fuerza = campo	**Símbolo**	**Descripción**
Gravitación	G	descrito mediante vectores base e o en la tétrada a través de q^a_μ. Espaciotiempo curvo.
Electromagnetismo	A	A es la magnitud del potencial electromagnético.
Fuerza nuclear fuerte	S	descrito actualmente mediante gluones y quarks.
Fuerza nuclear débil	W	campo débil del neutrón.

En este capítulo y en el siguiente veremos desplegarse ante nuestros ojos una nueva descripción del espaciotiempo. Las ecuaciones de Evans muestran que el espaciotiempo mismo posee tanto curvatura como torsión. Resulta claro que ambos son necesarios para describir la gravitación y el electromagnetismo. Podemos ahora afirmar que el método de unificación no consiste en superponer la torsión encima de la curvatura, sino mediante su desarrollo conjunto. Para ello, la geometría diferencial provee unas matemáticas ya existentes para describir el espaciotiempo.

Evans encuentra una nueva ecuación única que puede describir las cuatro fuerzas.

Todo esto no hizo su aparición simultáneamente. Las ideas se fueron desarrollando a través de la publicación de una serie de artículos. Una vez que se halló la ecuación de onda esencial, muchas cosas fueron cayendo en su sitio.

En primer lugar, se halló la ecuación de campo. No ha sido tan bien explorada como la ecuación de onda y es probable que aún contenga información importante dentro de ella misma o implícita a través de ella. Es la precursora de la ecuación de onda y constituye la conexión directa con la ecuación de campo de Einstein.

Luego se desarrolló la ecuación de onda. La simetría de la matriz de la tétrada condujo a la descripción de los campos fuertes y débiles utilizando un nuevo postulado.

Ecuación de campo de Einstein

La completa deducción y explicación de las ecuaciones de Evans requiere de un sólido conocimiento de geometría diferencial así como de relatividad general y física cuántica[2]. No intentaremos hacerlo aquí, sino más bien describir los resultados esenciales y ofrecer una breve explicación.

Einstein[3] nos dio la ecuación $R + kT = 0$. Este es el postulado básico de la relatividad general. "k" es la constante de Einstein = $8\Pi G/c^2$.

R es una medida de la curvatura (κ^2) y T es una medida de la densidad de energía (masa, presión, auto-gravitación y /o 4-velocidad). En el límite del campo débil, $T = m/V$, es decir masa entre el volumen, que es igual a la densidad.

La ecuación $R + kT = 0$ establece que el espaciotiempo experimenta una curvatura en presencia de energía. Es decir:

$$R = -kT \qquad (1)$$

el signo negativo en -kT es una convención, pero puede servir para recordarnos que la energía curva al espaciotiempo hacia dentro. Véase la Figura 6-1.

Esto era de esperarse, ya que tal como lo sabemos la gravedad "hala" a las cosas hacia su fuente. Un pequeño cambio en el paradigma aquí es que las masas no se atraen entre sí, sino que halan sobre el espaciotiempo. Ellas curvan al espaciotiempo.

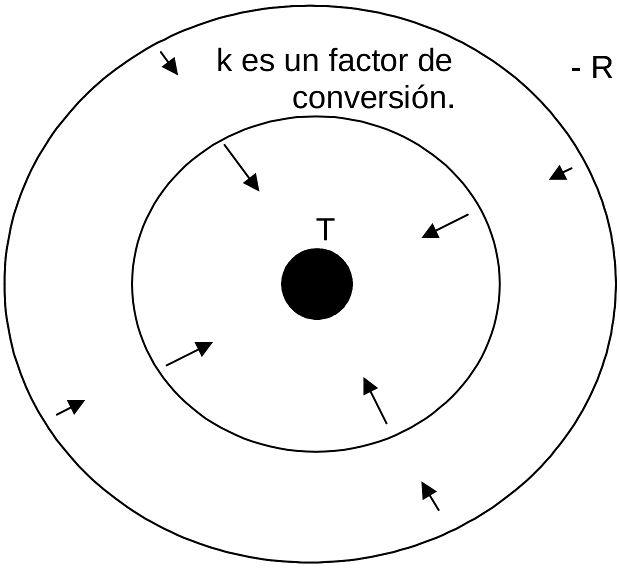
Cuando uno se encuentra con kT, debe imaginar una densidad esférica. Cuando uno se encuentra con R, debe imaginar una curvatura en matemáticas o una curvatura en el espaciotiempo. Los valores exactos no son de importancia en esta descripción abstracta. La matemática difícil consiste en hallar las respuestas precisas.

[2] Para una discusión más completa, visite www.aias.us, y las referencias para una lista de artículos publicados y en preimpresión por Myron Evans y su libro GENERALLY COVARIANT UNIFIED FIELD THEORY, The Geometrization of Physics, (Arima Publishing).

[3] Para una buena reseña del desarrollo del postulado, véase Misner, Thorne, and Wheeler p 432 y sigs. No siempre resultó tan obvio como lo es hoy día.

Figura 6-1

El espaciotiempo es "atraído" hacia la masa-energía
Se suprimen aquí dos dimensiones.



Curvatura y torsión

Aún si el lector no comprende aquí las implicaciones, las ideas se volverán más claras luego de una segunda lectura.

En el espaciotiempo[4] no euclidiano, o de Riemann, el tensor simétrico de la métrica es $q^{\mu\nu(S)}$. Esto es lo mismo que g, el tensor de la métrica, pero en geometría utilizamos q. Esto define las distancias.

En el Capítulo 4, la Sección "Algebra Matricial" introdujo las ideas.

El tensor asimétrico de la métrica más general se define mediante el producto externo o tensorial de dos tétradas[5]: aquí, la tétrada equivale a 4-vectores métricos

$$
\begin{aligned}
q^{ab}{}_{\mu\nu} &= q^{a}{}_{\mu} q^{b}{}_{\nu} \\
&= q^{ab}{}_{\mu\nu}{}^{(S)} + q^{ab}{}_{\mu\nu}{}^{(A)} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

[4] El espacio de Minkowski se refiere a los espacios matemáticos tangentes y a la relatividad restringida. La variedad del espaciotiempo de nuestro universo en relatividad general de Riemann es el espacio no minkowskiano. Nos referimos al espacio unificado con métrica tanto simétrica y antisimétrica como el espacio de Evans.
[5] Aquí la tétrada es equivalente a 4-vectores métricos.

Una forma asimétrica posee dentro de la misma tanto simetría como antisimetría.

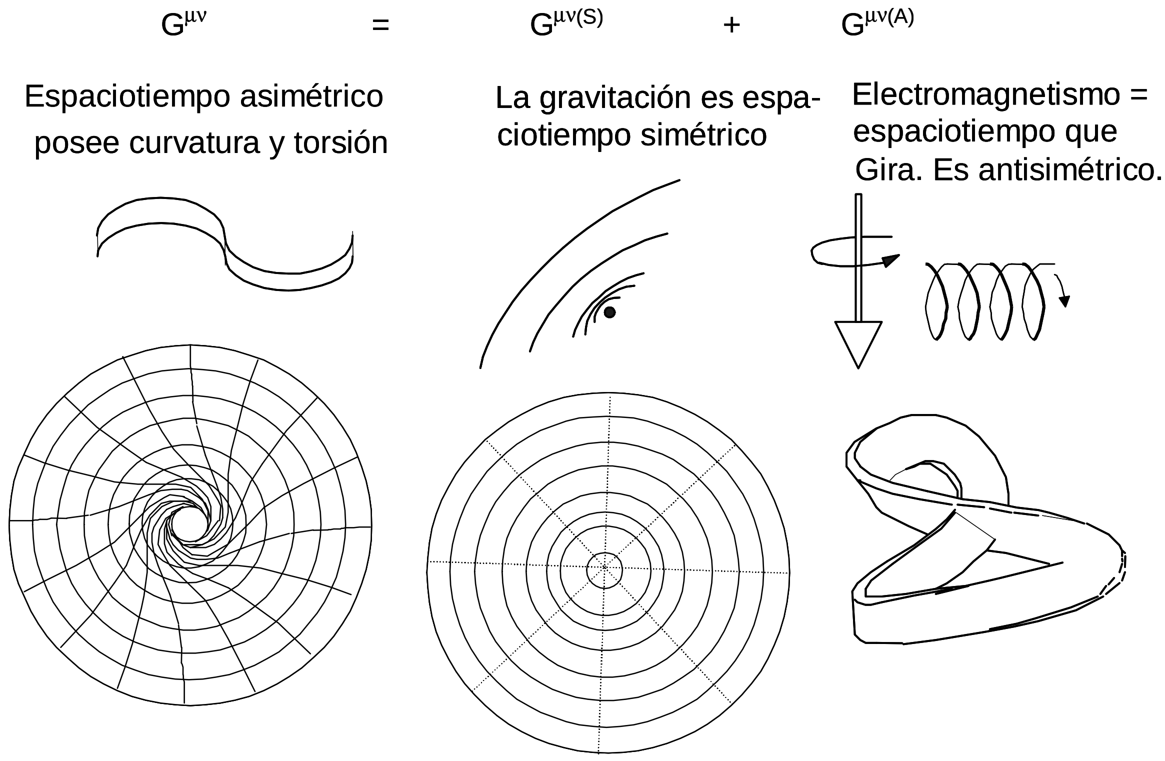
El tensor antisimétrico de la métrica es $q^{\mu\nu(A)}$. Esto define un área, dA, con potencial rotacional . El tensor antisimétrico de la métrica se define mediante el producto cuña de dos tétradas:

$$q^{ab}_{\mu\nu}{}^{(A)} = q^a_\mu \wedge q^b_\nu \tag{3}$$

Simetría indica potenciales centralizados - formas esféricas.
Antisimetría siempre involucra potenciales rotacionales - la hélice.
Asimetría indica que ambos están contenidos dentro de la misma forma.

En geometría diferencial, la distancia implica el giro. Esto significa que en cierta forma son perpendiculares. Los vectores simétricos nos dan distancias en un espaciotiempo 4-dimensional, en tanto que los vectores antisimétricos nos dan efectos de giro a partir del espaciotiempo. Véase la Figura 6-2.

Figura 6-2 Curvatura y Torsión



La ecuación de campo de Evans[6]

Tenemos la ecuación establecida de Einstein, $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - 1/2\, g_{\mu\nu}R = -kT_{\mu\nu}$, la cual es la versión tensorial en la que se expresan los componentes. $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, y $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía de tensión. Las unidades de cada lado de la igualdad son de $1/m^2$, con la curvatura del lado izquierdo y la densidad de masa-energía del lado derecho[7]. Esencialmente, establece que la gravitación es igual a la energía de tensión y proporciona la matemática necesaria para calcular la cantidad exacta en unidades de inversa de metros cuadrados.

La ecuación inicial de Evans es en forma de tétrada en vez de la forma tensorial de Einstein:

$$R^a{}_\mu - \tfrac{1}{2} R q^a{}_\mu = kT^a{}_\mu \qquad (4)$$

La ecuación (4) es la bien conocida ecuación de campo de Einstein en términos de la métrica y las tétradas. Nos da distancias en el espaciotiempo que definen la curvatura.

$R^a{}_\mu$ es la tétrada de la curvatura. R es la curvatura escalar. $q^a{}_\mu$ es la tétrada en el espaciotiempo no euclidiano; k es la constante de Einstein. $T^a{}_\mu$ es la tétrada de energía de tensión - la tétrada de momento de energía que es directamente proporcional a la tétrada del espaciotiempo no euclidiano. Esta fue la primera ecuación de la teoría del campo unificado. Se publicó mediante un correo electrónico al grupo de A.I.A.S. en el año 2002. El concepto de 4-vector de la métrica se utilizó inicialmente, pero desde entonces se ha expresado en una forma más sencilla como la tétrada.

La ecuación (4) es similar a la ecuación de Einstein, pero la mezcla de índices latinos y griegos indica que se utilizan tétradas en lugar de tensores.

A partir de la estructura básica del ecuación (4) obtenemos tres tipos de ecuación de campo:

$$g_{\mu\nu}{}^{(S)} = q^a{}_\mu\, q^b{}_\nu\, \eta_{ab} \qquad (5)$$

$$g^{ab}{}_{\mu\nu}{}^{(A)} = q^a{}_\mu \wedge q^b{}_\nu \qquad (6)$$

$$g^{ab}{}_{\mu\nu} = q^a{}_\mu\, q^b{}_\nu \qquad (7)$$

---

[6] Evans introdujo su teoría del campo unificado en el artículo *A Generally Covariant Field Equation for Gravitation and Electromagnetism*, M.W. Evans, Foundations of Physics Letters, Vol. 16, p. 369 y sigs. (2003). Luego le siguieron su ecuación de onda y otros artículos.

[7] El cálculo de los valores del tensor de Ricci abarca unas 25 operaciones, más otras 15 para el cálculo de la curvatura. No queremos introducirnos al cálculo de componentes en espacios reales debido a la complejidad de dichos cálculos.

(S) indica simetría y define una distancia. (A) indica antisimetría y define torsión. $g^{ab}_{\mu\nu}$ en la ecuación (7) es la métrica asimétrica combinada. Es tanto simétrica como antisimétrica simultáneamente.

Desde el punto de vista matemático, la métrica antisimétrica $g^{ab}_{\mu\nu}{}^{(A)}$ es el concepto clave para la unificación.

La sección titulada **La Naturaleza del Espaciotiempo** en la **Introducción** de este libro describió lo que aquí sucede. La unificación depende de que el espaciotiempo posea características inherentes de curvatura y torsión. El espaciotiempo de Riemann sólo poseía curvatura. La relatividad especial sólo poseía distancia en cuatro dimensiones.

El fundamento matemático en geometría define el espaciotiempo. A partir de esta descripción matemática queda implícito que el espaciotiempo de nuestro universo posee gravitación simétrica y antisimétrica, así como electromagnetismo simétrico y antisimétrico. Estos temas se abordarán en el próximo capítulo.

Mediante el uso de la ecuación (6) llegamos a la nueva ecuación de campo para la electrodinámica que es generalmente covariante.

$$q^a_\mu \wedge (R^b_\nu - \tfrac{1}{2} R q^b_\nu) = k\, q^a_\mu \wedge T^b_\nu \qquad (8)$$

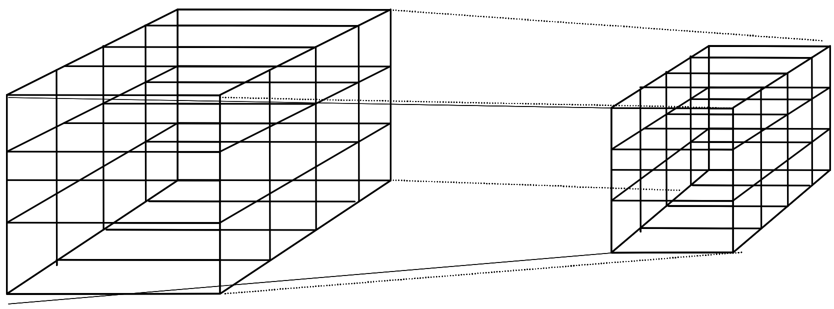
esto nos da el giro o torsión del campo electromagnético.

Evans utiliza la ecuación (4) y deduce la ecuación gravitacional de Einstein (5), la cual se expresa mediante tensores. También utiliza la ecuación (4) y deduce la ecuación electromagnética (6) mediante el empleo del producto cuña.

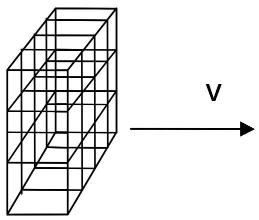
Debemos tener presente que una ecuación de campo establece valores para todos los puntos en el espaciotiempo que rodean al punto para el cual se está evaluando. Las ecuaciones simétricas dan distancias y potenciales centralizados - o sea atracción gravitacional. Las ecuaciones antisimétricas dan distancias y fuerzas que giran - palanca o torsión - en el electromagnetismo.

Un producto cuña nos da en el espacio tubos o líneas de red con forma de huevera. El electromagnetismo se describe mediante el uso de tales líneas de fuerza. La torsión puede describirse como el giro de dichas líneas. Las líneas son el espaciotiempo mismo, y no algo impuesto sobre el espaciotiempo. La huevera se deforma debido a la gravitación. Véase la Figura 6-3.

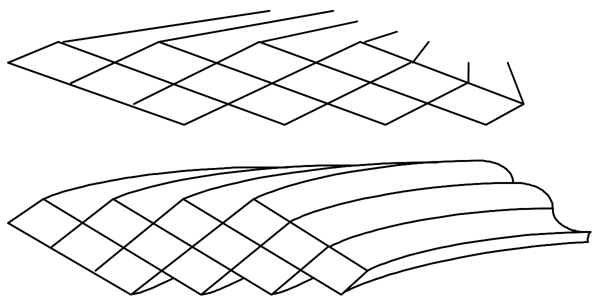
Figura 6-3 El resultado de usar el producto cuña es una huevera o tubos en el espaciotiempo que definen líneas de campo magnético.



La invariancia de los resultados se observa cuando el marco de referencia se contrae y existe una correspondencia punto por punto entre la primera representación y la segunda.



Si se acelera un marco de referencia, la huevera de líneas se comprime.



En un espaciotiempo "deformado" - curvo - por campos gravitacionales irregulares, las líneas de fuerza de la huevera pueden sufrir un colapso.

Estas son ecuaciones de campo covariantes generales para la gravitación y para la electrodinámica:

$R^a_{\ \mu} - \frac{1}{2} R q^a_{\ \mu} = kT^a_{\ \mu}$	Evans	(9)
$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}$	Einstein	(10)
$q^a_{\ \nu} \wedge (R^b_{\ \nu} - \frac{1}{2} R q^b_{\ \mu}) = k q^a_{\ \nu} \wedge T^b_{\ \mu}$	Torsión (Evans)	(11)

Nótese que la ecuación (11) es antisimétrica e indica movimiento de giro. Existe una métrica simétrica y una métrica antisimétrica. El electromagnetismo se describe mediante la métrica antisimétrica, la ecuación (3).

Utilizando la ecuación (4) y un producto interno o escalar de tétradas, uno obtiene la gravitación de Einstein.

Utilizando la ecuación (4) y un producto cuña, uno obtiene la electrodinámica generalmente covariante.

Una formulación con tétrada se explica como: utilizando R = -kT, el producto interno de dos tétradas nos da el campo gravitacional, en tanto que el producto cuña de dos tétradas nos da el campo electromagnético.

El capítulo nos muestra el enfoque de potencial de campo. Otro enfoque nos conduce al campo gravitacional invariante de gauge.

$G^a_{\ \mu}$ es una tétrada de vector potencial y $T^a_{\ \mu}$ es la tétrada de vector de momento de energía.

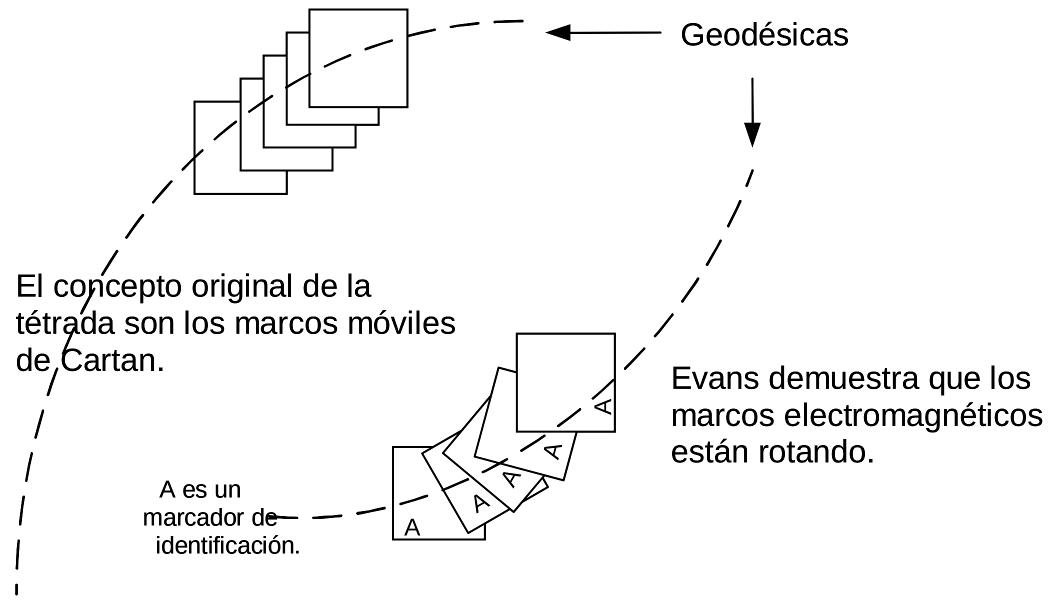
$G^a_{\ \mu} = kT^a_{\ \mu}$

El campo gravitacional es la tétrada $q^b_{\ \nu}$.

Torsión

El concepto de torsión en relatividad general nos lleva de regreso a Einstein y Cartan[8]. La gravitación quedó establecida como la curvatura del espaciotiempo de cuatro dimensiones. La unificación podía alcanzarse si se demostraba que el electromagnetismo también constituía una propiedad geométrica del espaciotiempo.

Figura 6-4 Marcos Móviles de Cartan y Marcos Rotantes de Evans.



En el espaciotiempo curvo es necesario hallar una forma para mover a los vectores de un marco de referencia a otro en tanto que se les mantiene paralelos. En esta forma podemos comparar los diferentes espaciotiempos entre sí y determinar cambios en las dimensiones. Esto se logra mediante el empleo de símbolos de Christoffel, $\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu}$. Véase el Glosario.

8 Véase Letters of Absolute Parallelism, op.cit.

En la relatividad de Einstein que utiliza geometría de Riemann, la torsión no existe. El tensor de torsión es $T^k_{\mu\nu} = 0$. Cartan descubrió que la tétrada del marco en movimiento es una forma alterna para describir la relatividad de Einstein. Evans muestra que los marcos están rotando cuando hay electromagnetismo presente. Véase la Figura 6-4.

Otra forma de observar lo anterior es mediante el concepto de *transporte paralelo*. En la relatividad de Einstein, las geodésicas son los caminos que sigue la caída libre - las líneas rectas en el espacio curvo. El transporte paralelo mueve a los vectores (o a cualquier objeto) a lo largo de la geodésica.

La forma más familiar de transporte paralelo es el empleo de la escalera de Schild. Los vectores son paralelos, tal como se muestra en la Figura 6-5. El vector final es paralelo al vector original – cambia su orientación en su propio marco de referencia.

Nótese la diferencia de ángulos que se producen entre el vector y la curva de la geodésica.

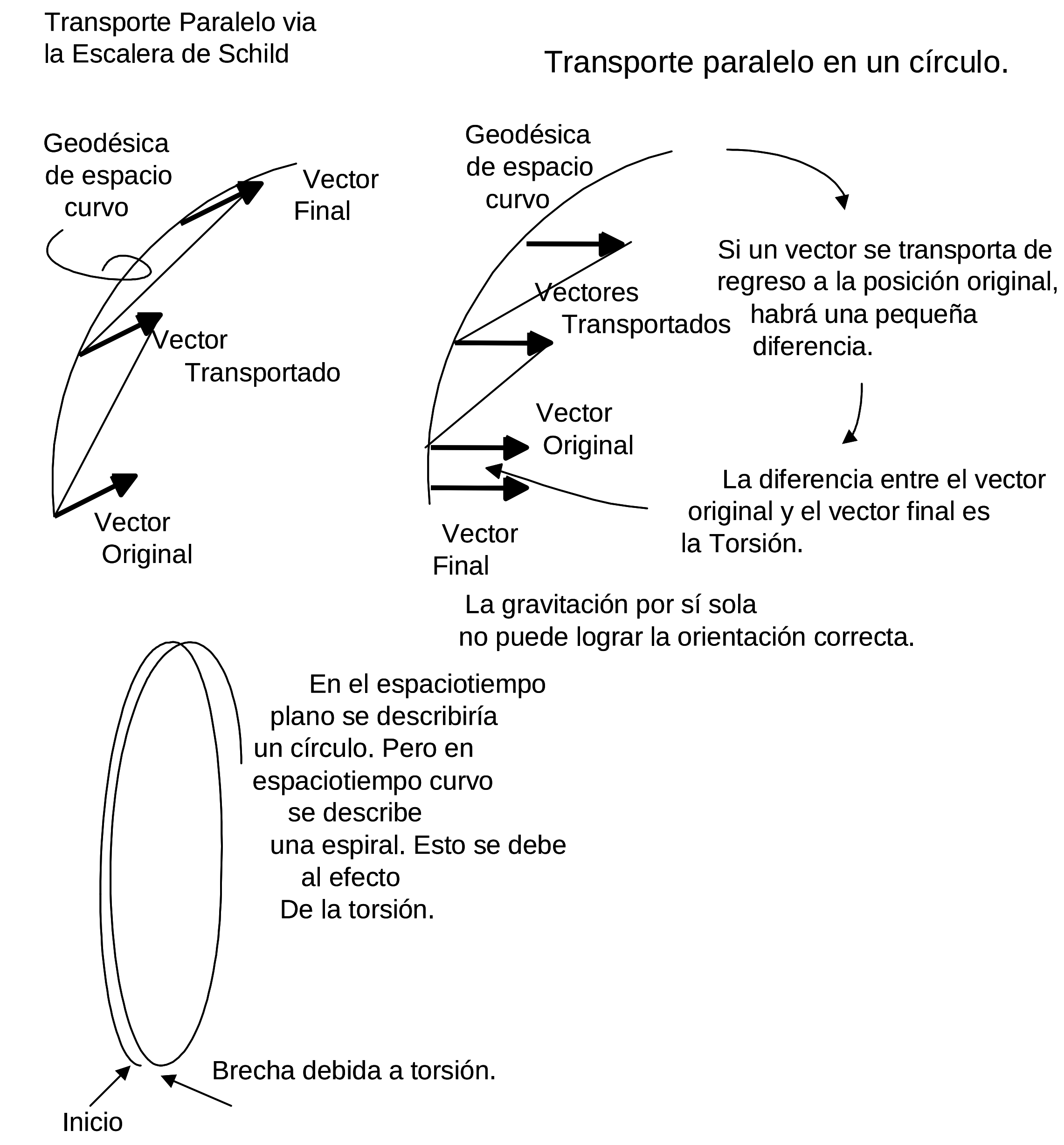
Ni Cartan ni Einstein lograron hallar el método para conectar la torsión con la relatividad general basada en la geometría de Riemann. La solución de Evans, $R^a_\mu - ½ Rq^a_\mu = kT^a_\mu$, es más fundamental que la ecuación de Einstein, $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - ½ g_{\mu\nu} R = -kT_{\mu\nu}$. La solución de Evans fue demostrar cómo la métrica del universo es tanto simétrica como antisimétrica.

Una teoría del campo unificado requiere de la curvatura del espaciotiempo para la gravitación así como torsión en la geometría para el electromagnetismo. La conexión simétrica establecida tiene curvatura, pero no tiene torsión. El método de Cartan de transporte paralelo absoluto tenía torsión, pero no tenía curvatura[9].

El desarrollo de la ecuación de onda de Evans en el Capítulo 7 unifica la relatividad general con la teoría cuántica, completando la unificación.

[9] Las variedades de los grupos de Lie proporcionan las conexiones tanto de curvatura como de torsión. Véase el símbolo de Levi-Civita en el Glosario.

Figura 6-5 Torsión



El desarrollo de la Ecuación de Onda de Evans en el Capítulo 7 unifica la relatividad general con la teoría cuántica, completando con ello la unificación.

Explicación clásica y explicación cuántica

La explicación anterior de las ecuaciones de Evans utilizó los términos semi clásicos de Einstein. Las ecuaciones pueden formularse en términos de campos, como se hizo en los párrafos anteriores, o como ecuaciones de onda, como se verá en el Capítulo 7. Cuando se desarrolla una ecuación de onda se descubre una gran cantidad de nueva información.

La teoría cuántica emerge entonces a partir de la relatividad general.

Figura 6-6

R = - kT significa   R =   k   T

Factor de conversión

Espaciotiempo   está curvado por   *Densidad de masa-energía*

Campo Gravitacional $= R^a{}_{b\mu\nu}$ (Forma de Riemann)

Campo Electromagnético $= T^a{}_{\mu\nu}$ (Forma de Torsión)

Los campos electromagnético y débil se describen a través de un postulado similar al de Einstein (R = kT):

$$A^a{}_\mu = A^{(0)}\, q^a{}_\mu \qquad (12)$$

$A^{(0)}$ es un potencial electromagnético fundamental en unidades de voltios-segundos por metro. Puede expresarse como $\hbar/er_0$, donde r_0 es la longitud de onda de Compton. Analizaremos un poco más esta conexión con la mecánica cuántica. Aquí, simplemente vemos que $A^{(0)}$ se multiplica con cada uno de los elementos de la matriz de la tétrada para producir una nueva matriz, $A^a{}_\mu$.

En cuanto a la discusión entre Einstein y Cartan acerca del electromagnetismo como torsión, el profesor Evans comentó, "sin embargo, no tenían el campo $B^{(3)}$ del cual partir, ni el Efecto Faraday Inverso. Si hubieran sabido de estos fenómenos sin duda habrían alcanzado la respuesta."

La tétrada

Esta sección es para el estudiante más avanzado. La información esencial podrá hallarse en el próximo capítulo.

$$\mathbf{V^a = q^a{}_\mu\ V^\mu}$$

Según lo que represente el índice "a", la misma ecuación genera ecuaciones de gravitación, electromagnetismo, la fuerza nuclear fuerte y la fuerza nuclear débil. A partir de las ecuaciones de Evans pueden deducirse todas las ecuaciones de la física.

En el próximo capítulo se analizará la ecuación de onda de Evans, la cual nos permite interrelacionar campos diferentes - tales como, por ejemplo, el campo gravitacional y el campo fuerte. Todos los campos de la física pueden ahora describirse utilizando la misma ecuación. Las fuerzas electromagnéticas, nucleares fuertes y nucleares débiles se ven ahora como manifestaciones de la curvatura o torsión y pueden explicarse a través de la relatividad general.

En la ecuación de onda de Evans, la tétrada es la función propia para la gravitación, así como las representaciones de la electrodinámica O(3), la fuerza nuclear débil SU(2) y la fuerza nuclear fuerte SU(3). Aún cuando el modelo aceptado actual utiliza matemáticas de SU(2) y SU(3), Evans nos ofrece una explicación combinada, desarrollada a partir de la relatividad general.

En la tétrada, $q^a{}_\mu$, la q puede simbolizar la gravitación, la fuerza nuclear fuerte del gluón, el electromagnetismo o la fuerza nuclear débil. El índice "a" corresponde al espaciotiempo tangente. La letra griega μ es el índice de la variedad base, la cual representa el espaciotiempo del universo.

El cambio de perspectiva que permite la unificación es que mediante el empleo de la tétrada se logra insertar dentro de la misma ecuación a las cuatro fuerzas reconocidas como existentes al día de hoy.

La **tétrada** es el *potencial* gravitacional**.**

La **forma de Riemann** es el *campo* gravitacional.

$\mathbf{A^{(0)}}$ se utiliza para denotar el campo de potencial electromagnético. Se describe a $A^{(0)}$ como un coeficiente C negativo. Esto implica que posee una asimetría de carga y e- es el electrón negativo. $A^{(0)}$ es el potencial fundamental = voltio-segundo/metro.

Con un factor electromagnético de $A^{(0)}$, la tétrada es el *potencial electromagnético*. La forma de torsión de la geometría diferencial de Cartan ese entonces el *campo electromagnético*.

La gran ventaja que introducen las nuevas ecuaciones de campo y de onda es que los cuatro campos son tétradas, y los cuatro campos son generalmente covariantes. Esto significa que las cuatro formas de energía se originan en eigenvalores de la tétrada. Es decir, todas las formas de energía se originan en soluciones reales de la tétrada que dan curvatura escalar.

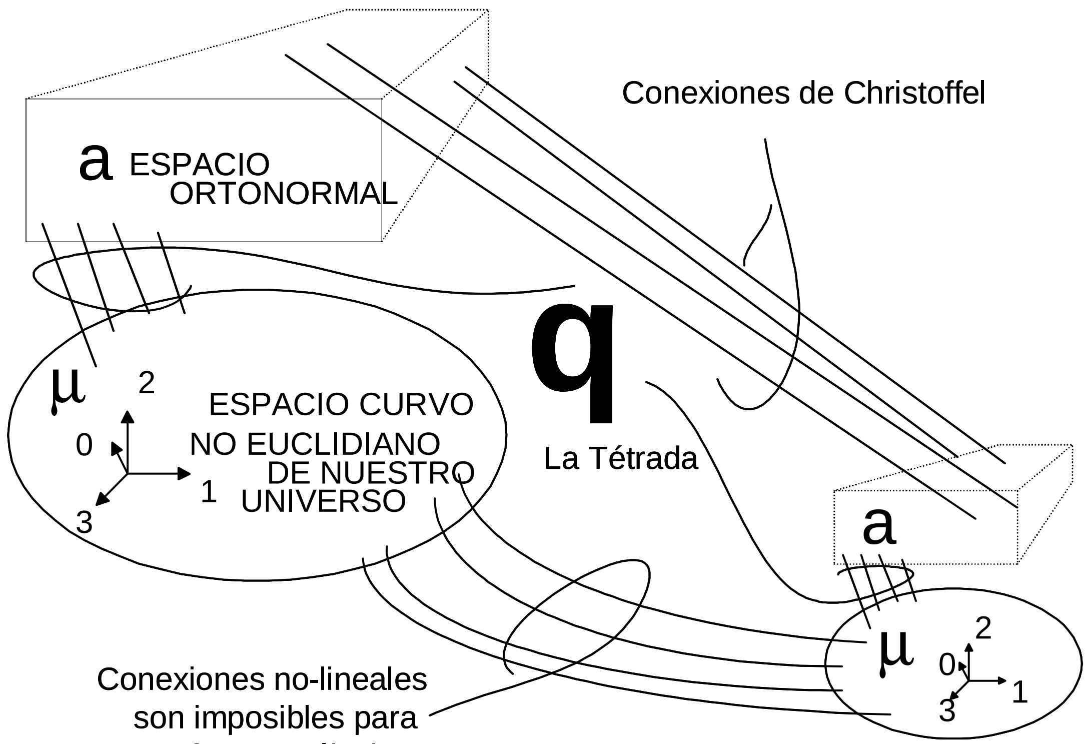
La ecuación de onda es válida para toda la geometría diferencial, sean cuales fueren los detalles de cualquier conexión, de manera que resulta válida para un espaciotiempo con torsión. Puede entonces agregarse ahora la torsión a la teoría de Einstein de la relatividad general. Los campos fuerte y débil son manifestaciones de la tétrada de torsión y curvatura.

En términos más mecánicos, la masa y la energía son el espaciotiempo comprimido y girando. La expansión transfiere energía de una región a otra. La energía pura es torsión positiva (o antitorsión negativa) del espaciotiempo. La compresión almacena energía. La expansión establece la energía potencial. La energía cinética representa la transferencia de una región a otra.

La forma de torsión se expresa como $T^{a}_{\mu\nu} = (D \wedge q^{a})_{\mu\nu}$ y es la derivada exterior covariante de la conexión de espín. En una manera más simplificada, ésta es la descripción matemática adecuada del mismísimo espaciotiempo girando. Es una dos-forma valuada vectorialmente. La forma de Riemann es una dos-forma valuada tensorialmente.

En la Figura 6-7, los vectores base del lado izquierdo se calculan dentro de un marco de referencia, luego se calculan para otro marco de referencia utilizando los coeficientes de conexión. Cada vector influye sobre los otros de manera que cambian en forma interactiva como un grupo.

Figura 6-7 Espacio físico y las conexiones matemáticas



Entonces, en el nuevo marco de referencia, se calculan los nuevos vectores base. Se utilizan para hallar otros vectores, tales como cuatro-velocidad, en el nuevo marco.

En cada punto del espaciotiempo hay un conjunto de todos los vectores posibles localizados en ese punto. Hay espacios internos con espacios duales, covariantes, etc., y sus vectores, además de espacios vectoriales superiores construidos a partir de éstos. Este es el espacio tangente, el cual es mucho más grande que la variedad base. Los vectores están en un único punto, y el espacio ortonormal mostrado en las Figuras 6 a 8 existen en cada punto. Dentro del espacio tangente los vectores pueden sumarse o multiplicarse por números reales para producir soluciones lineales.

El conjunto de todos los espacios tangente es extensivo y se denomina el paquete tangente. En relatividad general los espacios están conectados con la variedad misma. Es decir, los espacios son espacios geométricos asociados reales.

En teoría gauge cuántica también hay espacios vectoriales internos o espacios de representación. Estos se consideran como espacios matemáticos abstractos, sin conexión alguna con el espaciotiempo. En realidad, uno se imagina como penetrando en un espacio matemático para efectuar cálculos y luego abandonando dichos espacios para regresar a la fórmula inicial.

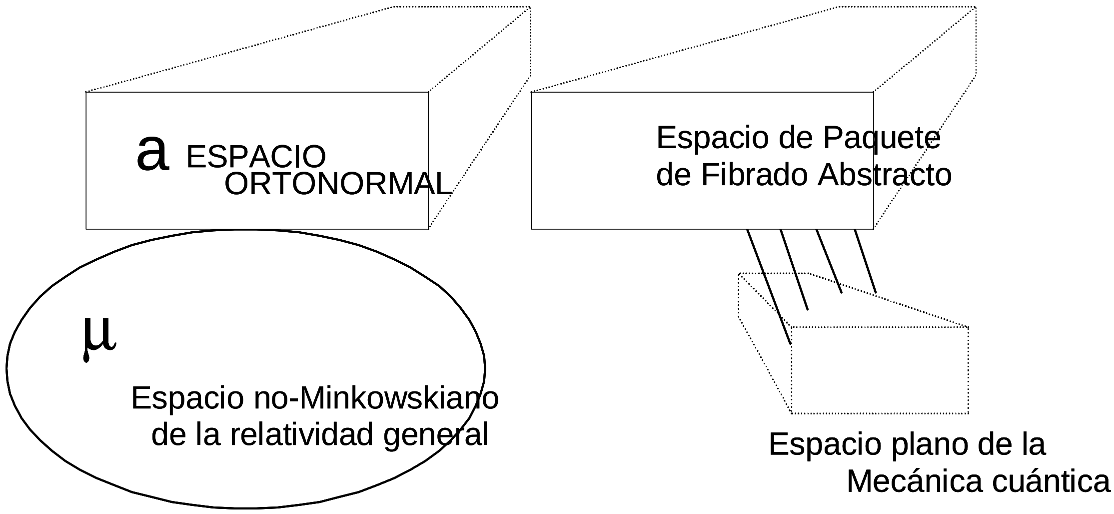
Un vector en el espacio tangente de la relatividad general apunta a lo largo de un sendero dentro del universo real. En comparación, un vector en el espacio de fase de la mecánica cuántica se encuentra vagamente definido. En el espacio cuántico no hay tétrada ni torsión. Otra clave para la unificación es el reemplazo del fibrado abstracto del espaciotiempo de la teoría gauge por el paquete tangente geométrico del espaciotiempo de la geometría diferencial. En la teoría de Evans, los dos son idénticos. Esto nos aporta un fundamento más real a las matemáticas de la teoría cuántica. Véase la Figura 6-8.

Todo se simplifica en términos de geometría diferencial, utilizando el espacio ortonormal tangente. Las ecuaciones de la geometría diferencial son independientes de los detalles de la variedad base[10], de manera que uno puede trabajar convenientemente en un espacio tangente para todas las ecuaciones. (Ortogonal y normalizado implica que las dimensiones son "perpendiculares" y que son múltiplos de los vectores base).

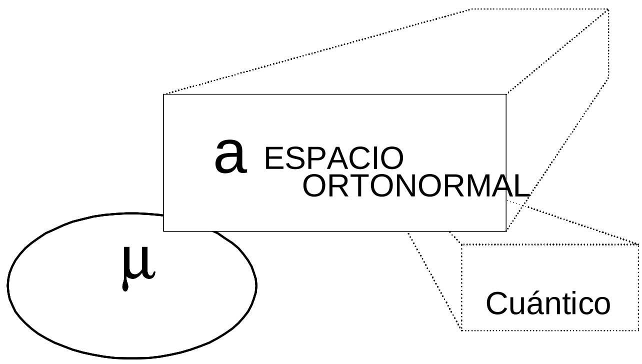
---

[10] Véase Sean M. Carroll, Lecture Notes on General Relativity, pp 88-98, arXiv:gr-qc/9712019 v1 3 Dic. 1997

Figura 6-8 Paquete Fibrado Abstracto y Paquete Tangente Geométrico



La unification reemplaza al espacio matemático abstracto con el espacio tangente ortonormal físico de la relativitividad general.



Hay 16 conexiones en la matriz de la tétrada. Seis de ellas forman el campo electromagnético antisimétrico, en tanto que las otras diez forman el campo gravitacional simétrico.

La tétrada es el conjunto de escalares base que abarcan la base ortonormal. Los vectores base son ortogonales y normalizados en el espacio rotulado "a". Los vectores base del espacio "a" pueden ser de cualquier tipo. (Tradicionalmente se utiliza **e** en gravitación, aunque **q** es más general y se utiliza para referirse a cualquiera de las fuerzas).

Como sucede con todas las matrices, la matriz de la tétrada puede dividirse en la suma de dos matrices - la matriz electromagnética antisimétrica y la matriz gravitacional simétrica.

El campo gravitacional afecta al campo electromagnético. Eso ya lo sabemos. La tétrada nos da un método para definir los vectores necesarios para describir los efectos mutuos entre la gravitación y el electromagnetismo. Esto se lleva a cabo a través de la identidad fundamental de Bianchi de la geometría diferencial, un tema que se encuentra más allá del alcance de este libro.

Los campos gravitacional y electromagnético son la misma cosa bajo diferentes vestimentas - la curvatura espacial, ya que la torsión es un tipo de curvatura.

A partir de Einstein tenemos que R nos describe la curvatura debido a la gravitación, y a kT que nos describe la densidad energía que la produjo. Pero a partir de allí Einstein se dirigió a los tensores y a $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - ½\, g_{\mu\nu}\, R = -(8\pi G/c^2)T_{\mu\nu}$. Esta formulación no permite la torsión. A partir de las ecuaciones de Evans vemos que $R^a{}_\mu - ½\, Rq^a{}_\mu = kT^a{}_\mu$, que es una formulación de una tétrada que permite tanto la gravitación como la torsión. La covariancia generalizada se mantiene a través de la tétrada.

La curvatura espacial contiene tanto al electromagnetismo como a la gravitación. Todas las formas de energía son interconvertibles a través de la curvatura espacial. A nivel de partícula, la curvatura mínima R_0 es la onda comprimida de una partícula estacionaría.

El significado físico de las matemáticas es que el campo electromagnético es el marco de referencia mismo, un marco que rota y se traslada.

La energía se transmite desde la fuente hacia el receptor mediante la forma de la torsión en términos matemáticos; o en términos mecánicos, haciendo girar hacia arriba y hacia abajo y comprimiendo y expandiendo el espaciotiempo.

Descripciones de campo

El Lema de Evans nos da la teoría cuántica de campo y de materia a partir de la relatividad general. La gravitación se describe a través del Lema cuando el campo es la tétrada, q^a_μ.

Los otros tres campos - el electromagnetismo, el fuerte y el débil - se describen cuando el campo es la tétrada multiplicada por un factor de escalamiento adecuado y se encuentra en el espacio de representación apropiado. Por ejemplo, el campo electromagnético fundamental posee la antisimetría de la ecuación (6) y se describe mediante la ecuación (12). Los campos fuerte y débil se describen respectivamente como:

$$S^a_\mu = S^{(0)} q^a_\mu \tag{13}$$

$$W^a_\mu = W^{(0)} q^a_\mu \tag{14}$$

El electromagnetismo se define mediante la forma de torsión. Es el giro del espaciotiempo mismo, no un objeto impuesto sobre el espaciotiempo.

El campo débil es también una forma de torsión. Se relaciona con el electromagnetismo. Así, en la conversión de un neutrón a un protón estará involucrada la forma de torsión. Vemos un electrón abandonando el neutrón, quedando un protón. Ahora resulta más claro que hubo una interacción eléctrica que posee una explicación. Véase el Capítulo 12 sobre la teoría electrón débil.

El campo fuerte mantiene unido al protón. Es el campo gravitacional en una representación matemática diferente - la de SU(3).

El próximo capítulo se refiere a la ecuación de onda de Evans, que es la ecuación de onda de la teoría del campo unificado cuyo operador real o eigenoperador es el operador de d'Alembert del espaciotiempo plano, cuyos eigenvalores o soluciones reales son kT = -R, y cuya eigenfunción o función real es la tétrada q^a_μ:

$$(\Box + kT)\, q^a_\mu = 0 \tag{15}$$

Esta ecuación brinda una nueva interpretación de mecánica ondulatoria de los cuatro campos. Es un ecuación de onda porque es una eigenecuación con un operador diferencial de segundo orden, el operador de d'Alembert. A partir de esta ecuación de onda se tienen las principales ecuaciones de onda de la física, incluyendo la de Dirac, Poisson, Schrödinger y Klein-Gordon. La ecuación de onda también da un nuevo enfoque de la teoría gravitacional establecida, y tiene muchas propiedades importantes, muy pocas de las cuales han sido exploradas hasta el día de hoy.

Resumen

Hay dos expresiones para las ecuaciones de Evans - la clásica y la cuántica.

El campo potencial fundamental en la gran teoría del campo unificado es la tétrada. Representa los componentes con índice μ de los vectores base coordinados de los componentes con índice "a" de las bases ortonormales que definen los vectores del espacio tangente en relatividad general. En otras palabras, la tétrada conecta al espacio tangente con la variedad base.

La geometría diferencial posee sólo dos tensores que caracterizan cualquier conexión dada - curvatura y torsión. Hay sólo dos formas en la geometría diferencial con las cuales describir el espacio no-Minkowski - la forma de torsión y la forma de Riemann.

Podemos referirnos a la gravitación como relatividad general simétrica, y al electromagnetismo como a la relatividad general antisimétrica.

Hay dos nuevas ecuaciones fundamentales:

1) la ecuación de campo de Evans, la cual es una factorización de la ecuación clásica de campo de Einstein, en una ecuación en un vector métrico que se muestra aquí en su forma de tétrada:

$$G^a{}_\mu = R^a{}_\mu - \tfrac{1}{2} R q^a{}_\mu = kT^a{}_\mu \qquad (16)$$

A partir de esta ecuación podemos obtener la ecuación de campo de Einstein, la cual describe el campo gravitacional, y también ecuaciones de campo clásicas de electromagnetismo generalmente covariante.

La ecuación de campo puede expresarse en términos de la tétrada:

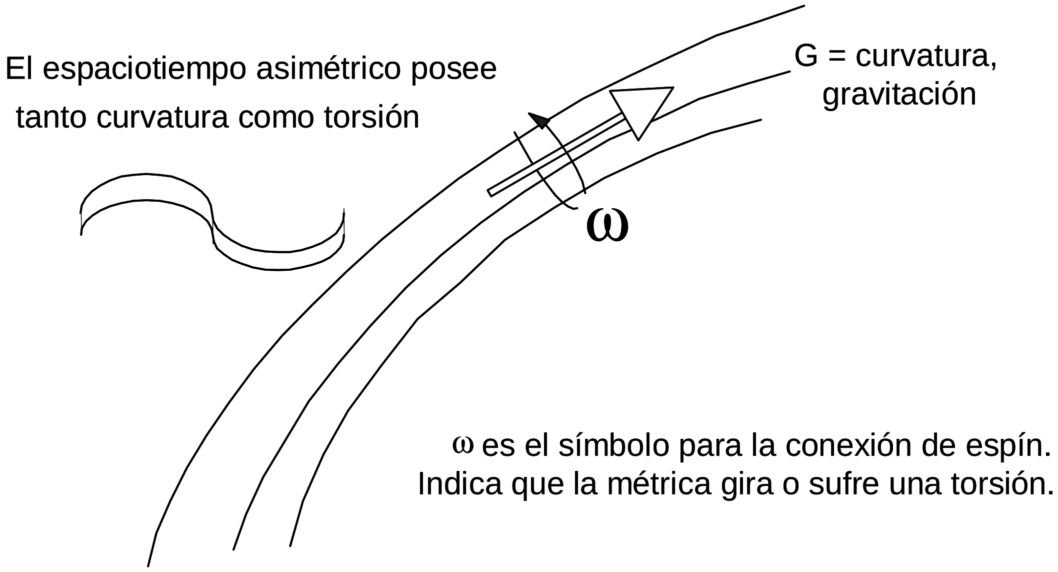
$$R^a{}_\mu - \tfrac{1}{2} R\, q^a{}_\mu = kT^a{}_\mu$$

con $q^a{}_\mu = q^a{}_\mu{}^{(S)} + q^a{}_\mu{}^{(A)}$

2) La ecuación de onda de Evans

$$(\Box + kT)\, q^a_\mu = 0 \tag{17}$$

Figura 6-9 La conexión de espín y la gravitación



La ecuación de onda, $(\Box + kT)\, q^a_\mu = 0$, es un poderoso eslabón de unión con la mecánica cuántica. Se deduce a partir de la ecuación de campo y, por ende, a partir de la relatividad general utilizando el postulado de la tétrada de Cartan.

Los cuatro campos pueden verse como emergiendo directamente a partir de la tétrada misma, y son aspectos de la tétrada.

Aún cuando quizás no comprendamos toda la matemática intermedia, podemos apreciar los conceptos globales.

La métrica de Evans del espaciotiempo posee tanto curvatura como torsión - gravitación y espín. Las Figuras 6-2 y 6-9 describen a ambas juntas. Juntas constituyen una métrica asimétrica - ni simétrica ni antisimétrica, pero que contiene a ambas dentro de sí. Esto permite que la gravitación y el electromagnetismo existan en las mismas ecuaciones.

El postulado básico de Einstein de la relatividad general, $R = kT$, significa:

R Curvatura Matemáticas	=	k Una constante Factor de conversión	x	T Densidad de masa/energía Física medible

El postulado básico de Einstein de la relatividad general define la curvatura.

El postulado básico de Evans de la unificación electromagnética es $A^a_\mu = A^{(0)} q^a_\mu$ y significa:

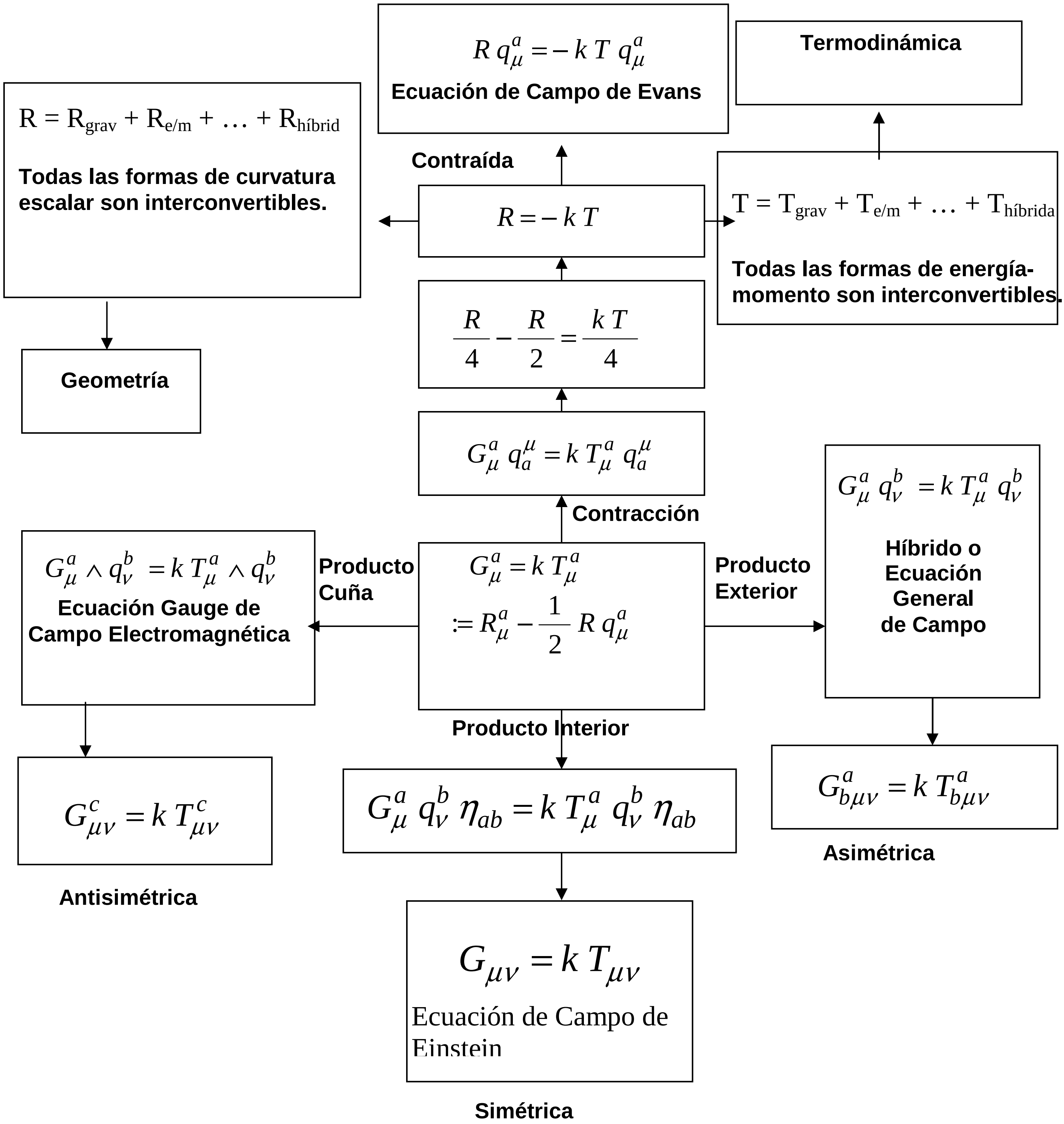
A^a_μ Física Física medible	=	$A^{(0)}$ Una constante Factor de conversión	x	q^a_μ Tétrada Matemáticas

El postulado básico de Evans del electromagnetismo define la torsión.

Éste es un postulado importante y constituye la conversión de las matemáticas a la física en electrodinámica.

Einstein demuestra que el campo gravitacional es el espaciotiempo curvo. Evans demuestra que el campo electromagnético es el espaciotiempo girando.

Mapa de las Extensiones de la Ecuación de Campo de Evans



Cortesía del Dr. M. Evans